

# Zahlenmauern

## Forschungsaufträge

Deckstein treffen

Steine ausgleichen

Besondere Grundsteine

Eine Mauer –  
viele Grundreihen

...

Deckstein  
treffen

20		
13		7
8	5	2



**Mathematik**  
**2.–6. Klasse**

# Zahlenforscher 1

# Zahlenmauern

**Autor: Prof. Dr. Günter Krauthausen**

**Programmierung und Screendesign: Fa. digital ambient**

Gedruckt auf umweltbewusst gefertigtem, chlorfrei gebleichtem  
und alterungsbeständigem Papier.

1. Auflage. 2006

© by Auer Verlag GmbH, Donauwörth

Alle Rechte vorbehalten

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in  
anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen  
schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu § 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine  
solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden.  
Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Satz: Fotosatz H. Buck, Kumhausen

**Einzellizenz:**

ISBN 978-3-403-05972-1

**8-Platz-Lizenz:**

ISBN 978-3-403-05981-3

[www.auer-verlag.de](http://www.auer-verlag.de)

# Inhalt

<i>Liebe Zahlenforscherinnen, liebe Zahlenforscher</i> .....	4
Installation und Start des Programms .....	6
Kurzeinführung für Erwachsene .....	8
1 Die vier Modi des ZAHLENFORSCHERS .....	8
2 Werkzeuge und Tasten zur Steuerung .....	16
3 Die ZAHLENFORSCHER-Reihe – für die Klassen 2–6 .....	19
4 Zahlenmauern als substanzielle Lernumgebung .....	19
5 Didaktische Handreichungen .....	20
6 Gewohnheiten der Mediennutzung .....	21
7 Zum Umgang mit Bedenken .....	22
8 Anhang: Forschungsaufträge .....	23

## **Liebe Zahlenforscherinnen, liebe Zahlenforscher,**



herzlich willkommen zu einer Reise in die *Mathematik der Zahlenmauern*. Vielleicht kennt ihr Zahlenmauern aus eurem Schulbuch. Aber auch wenn sie neu für euch sind, könnt ihr mit dieser CD arbeiten, denn sie werden auf der CD genau erklärt.

Mit Zahlenmauern kann man das **Rechnen üben** – genauer gesagt: das Addieren und Subtrahieren. »Na ja«, werdet ihr denken, »das tun wir ja schon oft genug im Unterricht.« Sicher ist das richtig, aber bei Zahlenmauern gibt es noch vieles andere zu entdecken ...

Mathematiker nennen ihr Fach die *Wissenschaft von den Mustern*. Bei ihrer Arbeit müssen sie zwar auch viel rechnen, aber besonders interessiert sie, welche Zahlenmuster in Rechnungen oder in der Mathematik verborgen sind. Diese wollen sie entdecken, beschreiben und vor allem erklären können. Es ist wie eine Reise: Man kann viel Neues kennen lernen. Man tauscht sich aus mit Mitreisenden, die oft gute Tipps und Empfehlungen geben können, um ein Land noch besser kennen zu lernen.

All dies könnt ihr mit dieser CD auch erleben. So, wie die Mathematiker das Land der Mathematik erforschen, so könnt ihr hier das *Land der Zahlenmauern* erforschen. Dabei geht es nicht nur ums Rechnen. Das übt ihr dabei natürlich auch, aber ihr werdet sehen, dass in Zahlenmauern viele **Überraschungen**, mathematische **Geheimnisse** und **Zahlenmuster** verborgen und zu entdecken sind.

Sicher findet ihr euch schnell in dieser CD zurecht, wenn ihr eigene Streifzüge unternimmt und die einzelnen Tasten einfach einmal ausprobiert. Natürlich könnt ihr eure Lehrerin oder andere Erwachsene bitten, am Anfang behilflich zu sein und euch zu erklären, was man mit der CD alles tun kann. Zum Starten daher nur Folgendes: Oben seht ihr immer die gleichen vier Abteilungen:

**Regel:** Wer Zahlenmauern noch nicht so gut kennt, kann sich hier die Regel erklären lassen und einige Beispiele ausprobieren.

**Rechnen:** Hier könnt ihr mit Zahlenmauern das Addieren und Subtrahieren üben. Und bereits dabei sind viele Zahlenmuster zu entdecken!

**Selbst wählen:** Hier könnt ihr eure eigenen Zahlenmauern erfinden – zum Selberrechnen oder für eure Mitschülerinnen und Mitschüler.

**Forschen:** Hier findet ihr elf spannende Forschungsaufträge. Entscheidet selbst, womit ihr beginnen wollt.

Am besten, ihr macht es wie die Mathematiker: Forscht gemeinsam mit anderen! Und benutzt das *Forscherheft*. Das ist wie ein ›Reisetagebuch‹ für eure Expeditionen in das Land der Zahlenmauern.

Notiert hier, was euch alles begegnet ist: eure Fragen, eure Ideen, eure Schwierigkeiten, die Lösungen und eure Erklärung. Auch die Mathematiker machen sich solche Notizen. Darüber sprechen sie dann mit anderen Forschern – genau so, wie ihr es in einer ›Rechenkonferenz‹ in eurer Klasse tun könnt.

Und nun: viel Entdeckerfreude!

# Installation und Start des Programms

Wir empfehlen für eine optimale Reaktionszeit innerhalb des Programms die *Vollinstallation* auf der Festplatte. Die Vollinstallation benötigt 240 MB freien Speicher auf der Festplatte, die Teilinstallation 60 MB. Da einige Daten dann von der CD gelesen werden, muss die CD trotzdem im Laufwerk liegen.

## ***Vollinstallation***

Die CD ins Laufwerk einlegen, öffnen. Unter Windows das Installationsprogramm ›Zahlenforscher‹ mit Doppelklick öffnen. (Für das Betriebssystem Mac OSX das Installationsprogramm ›Installer Mac OSX‹, für Mac OS 9 ›Installer Mac Classic‹ mit Doppelklick öffnen.) Den Anweisungen im Installationsprogramm folgen. Nach der Installation ist ein *Neustart* erforderlich.

## ***Teilinstallation***

Die CD ins Laufwerk einlegen, öffnen. Unter Windows das Installationsprogramm ›Zahlenforscher mini‹ mit Doppelklick öffnen. (Für das Betriebssystem Mac OSX das Installationsprogramm ›Installer Mac OSX mini‹ öffnen, für Mac OS 9 bitte unten unter ›manueller Installation‹ nachsehen.) Den Anweisungen im Installationsprogramm folgen. Nach der Installation ist ein *Neustart* erforderlich.

## ***Manuelle Teilinstallation***

unter Windows:

- Den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ von der CD auf die Festplatte kopieren.
- Die Fonts ›KlettCH RG 1038N‹ und ›KlettCh BD 1038N‹ in den Ordner ›Schriftarten‹ kopieren. (XP: Start → Systemsteuerung → Schriftarten, Win 98: Arbeitsplatz → Systemsteuerung → Schriftarten).

Nach der Installation ist ein *Neustart* erforderlich.

unter Mac OS:

- Den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ von der CD auf die Festplatte kopieren.
- Die Dateien ›Vorspann‹ und ›Start‹ sowie den Ordner ›Xtras‹ löschen.
- Die Dateien ›Vorspann‹ und ›Start‹ sowie den Ordner ›Xtras‹ aus dem Ordner ›Daten für Mac OSX‹ bzw. ›Daten für Mac OS Classic‹ von der CD in den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ kopieren.

- Den Font ›KlettCH 1.038.suit‹ in den Fontordner kopieren. (MacOS X: MacintoshHD → Library → Fonts, MacOS 9: MacintoshHD → Systemordner → Zeichensätze).

Nach der Installation ist ein *Neustart* erforderlich.

### **Manuelle Vollinstallation**

unter Windows:

- Den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ von der CD auf die Festplatte kopieren.
- Alle Dateien aus dem Ordner ›Daten‹ von der CD in den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ auf der Festplatte kopieren.
- Die Fonts ›KlettCH RG 1038N‹ und ›KlettCh BD 1038N‹ in den Ordner ›Schriftarten‹ kopieren. (XP: Start → Systemsteuerung → Schriftarten, Win 98: Arbeitsplatz → Systemsteuerung → Schriftarten).

Nach der Installation ist ein *Neustart* erforderlich.

unter Mac OS:

- Den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ von der CD auf die Festplatte kopieren.
- Alle Dateien aus dem Ordner ›Daten‹ von der CD in den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ auf der Festplatte kopieren.
- Die Dateien ›Vorspann‹ und ›Start‹ sowie den Ordner ›Xtras‹ löschen.
- Die Dateien ›Vorspann‹ und ›Start‹ sowie den Ordner ›Xtras‹ aus dem Ordner ›Daten‹ für Mac OSX‹ bzw. ›Daten für MacOS Classic‹ von der CD in den Ordner ›Zahlenforscher 1‹ kopieren.
- Den Font ›KlettCH 1.038.suit‹ in den Fontordner kopieren. (MacOS X: MacintoshHD → Library → Fonts, MacOS 9: MacintoshHD → Systemordner → Zeichensätze).

Nach der Installation ist ein *Neustart* erforderlich.

### **Programmstart**

*nach der Vollinstallation oder Teilinstallation:*

Auf das Icon ›Zahlenforscher 1‹ auf dem Schreibtisch doppelklicken.

*nach der manuellen Installation:*

Im Ordner ›Zahlenforscher 1‹ auf die Datei ›Start‹ doppelklicken.

# Kurzeinführung für Erwachsene

Diese Kurzanleitung hat das Ziel, Ihnen vor dem Einsatz des ZAHLENFORSCHERS eine *allgemeine Orientierung* zu ermöglichen. Sie hat *nicht* das Ziel, jede Feinheit des Programms zu erläutern oder zu begründen, das zugrunde liegende didaktische Konzept aufzufächern oder eine vollständige Durchdringung der mathematischen Inhalte zu liefern. All dieses ist Bestandteil der umfassenden didaktischen Handreichung, die als PDF-Datei auf der CD zu finden ist.

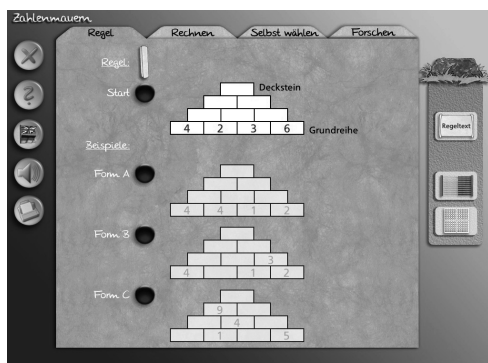
## 1 Die vier Modi des ZAHLENFORSCHERS

Der ZAHLENFORSCHER ist in vier Modi unterteilt, zwischen denen naturgemäß enge Beziehungen bestehen. Jeder Modus ist durch eine Karteikarte mit einem kennzeichnenden Kartenreiter repräsentiert, über den sich jederzeit von einem zum anderen Modus hin- und herschalten lässt.

### 1.) Regel

Dieser Modus besteht nur aus einer Seite und beinhaltet die Regel für das Aufgabenformat ZAHLENMAUERN.

Aufgrund ihres speziellen Status ist die Karte farblich von jenen Modi abgehoben, in denen dann mit Zahlenmauern *gearbeitet* wird. Im Regelfall



werden die Kinder das Format *Zahlenmauern* im Unterricht bereits kennen gelernt haben, bevor die Software zum Einsatz kommt. Die Regelseite rechtfertigt sich aber im Hinblick auf den außerschulischen Einsatz bzw. auch zur jederzeit möglichen Rückversicherung über die Regel im Unterricht.

Das Vorgehen auf dieser Seite ist weitgehend Software gesteuert. Dies entspricht der im Unterricht naheliegenden Vorgehensweise, bei der das Format selbst (als Konvention) nicht ›entdeckt‹ werden soll und daher von der Lehrperson eingeführt wird (vgl. 1. Regelbeispiel der Seite). Des Weiteren enthält die Seite noch drei Beispiele zu den prinzipiellen Aufgabentypen (vollständige

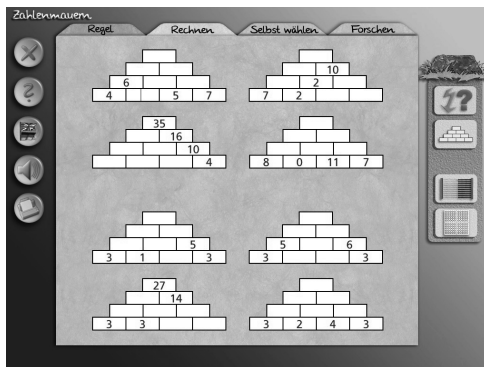


Grundreihe; 1 Lücke in der Grundreihe; variable Belegung verschiedener Steine). Bei diesen drei Beispieltypen muss das Kind die Eingaben selbst vornehmen, was auf die anderen Modi vorbereitet.

## 2.) Rechnen

*In diesem Modus geht es vorrangig um das Vertrautwerden mit dem Aufgabenformat ZAHLENMAUERN sowie um das Üben von Addition und Subtraktion (im jeweils einstellbaren Zahlenraum).*

Die Zahlenmauern werden hier in 4er-Sets angeboten. Nach der Berechnung eines Sets kann in aller Regel ein gewisses *Zahlenmuster* entdeckt werden (Mathematik als die ›Wissenschaft der Muster‹; vgl. didaktische Handreichungen zum Programm, als PDF auf der CD) – z. B. in den Grundreihen oder an den jeweiligen Decksteinen. Um dies zu gewährleisten, dürfen die Vorbelegungen der Mauernsteine nicht nach dem Zufallsprinzip erfolgen. Daher wurde für diesen Modus ein sehr umfangreicher Pool von Mauern-Sets nach didaktischen Gesichtspunkten konstruiert, aus dem das Programm seine Auswahl vornimmt.



In diesem Modus ist es *bewusst nicht möglich*, das Aufgabenangebot selbst zu verändern, denn:

- Zunächst besteht dazu *quantitativ* kein Anlass: Der Pool-Umfang ist so groß, dass *mehr* nicht mehr bringt. Erkennbare Wiederholungen sind zudem durch die Art der Abfolge ausgeschlossen.
- Zweitens gibt es *qualitativ* keinen Grund: Es gehört zur Programmatik der Software, dass in den Mauern-Sets relationale Strukturen, Zahlenmuster oder das operative Prinzip zur Entfaltung kommen können. Durch die fehlende Eingriffsmöglichkeit können diese (konzeptionell gewollten!) Muster oder Prinzipien auch nicht irrtümlich außer Kraft gesetzt werden.
- Drittens gibt es im Modus *Selbst wählen* alle erdenklichen Freiräume für individuelle Aufgabenstellungen/Zahlenmauern: Hier können der Zahlenraum, die Positionierung der Vorgabewerte und die Größe der Zahlenmauern frei gewählt werden. Die Software unterstützt dabei Mauerhöhen von 3–5 Etagen (zur Begründung vgl. die didaktischen Handreichungen zum Programm, als PDF auf der CD).

Im ZAHLENFORSCHER kann nicht mit der TAB-Taste (Tabulator) von Mauernstein zu Mauernstein gesprungen werden. Diese Entscheidung ist didaktisch begründet und wird hier höher gewichtet als abweichende Gewohnheiten aus anderen Programmen (vgl. auch S.21), denn:

Das Weiterspringen mit der TAB-Taste der Tastatur setzt eine programmseitig festgelegte Sprung-Reihenfolge voraus, die ihrerseits suggeriert, dass dies auch die (natürliche, einzige oder auch nur nahe liegende) Bearbeitungsreihenfolge sei. Bei Zahlenmauern des Typs *gemischte Aufgaben* (vgl. Regelseite) existieren aber sehr oft mehrere mögliche ›Startpunkte‹, d. h. man kann an verschiedenen Stellen mit der Berechnung beginnen. Eine TAB-Abfolge determiniert dagegen *eine bestimmte* Reihenfolge (oder erfordert aufwändiges Durchklicken), was die *hier gerade bewusst zu machende Vielfalt* einschränkt.

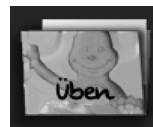
Der Schwerpunkt des Modus *Rechnen* liegt auf der *Rechenübung*. Durch die aber bereits hier enthaltenen Muster werden auch die folgenden Modi vorbereitet, wo dann stärker die Beschreibung und Begründung solcher Muster in den Vordergrund rückt. Im Modus *Rechnen* kann dann zwar, es *muss* aber noch nicht darauf eingegangen werden. Die Symbolfigur des Maulwurfes ermuntert lediglich hin und wieder dazu, den Blick für Muster zu schulen.

Um den Bedürfnissen verschiedener Klassenstufen oder Lernstände gerecht zu werden, bestehen im Modus *Rechnen* Auswahlmöglichkeiten für a) Größe der Zahlenmauer (3er, 4er, 5er), b) Zahlenraum (bis 20, 100, 1.000, 10.000, gemischt) und c) Grundreihen-/gemischte Aufgaben.

### **3.) Selbst wählen**

*Ziele dieses Modus sind die Vertiefung der Vertrautheit mit dem Format Zahlenmauern, das Üben von Addition und Subtraktion sowie der tiefere Einblick in die Struktur des Aufgabenformats.*

Höchste Freiheitsgrade bzgl. des Aufgabenangebots sind hier gegeben, weil es keine vorgegebenen Mauern-Sets wie im Modus *Rechnen* mehr gibt. Das Kind kann gänzlich eigene Mauern entwerfen (aus darstellungstechnischen Gründen: max. 4-stelliger Deckstein, d. h. bis 9999.) Auch die *Lehrerin* kann hier Arbeitsblätter für ihre Klasse vorbereiten und erstellen. Leerformate der gewählten Mauerngröße können dazu nach den prinzipiellen Möglichkeiten (vgl. Beispiele im Modus *Regel*) befüllt werden.



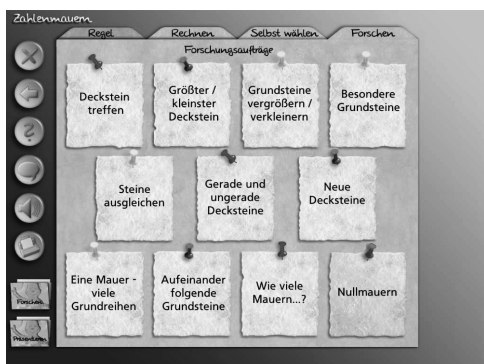
Die so generierten Mauern lassen sich entweder direkt am Bildschirm bearbeiten (grüner Pfeil = Weiter-Taste), ausdrucken und offline bearbeiten, oder im sog. ›Üben-Ordner‹ speichern (Speichern-Taste) und so für eine spätere (Online- oder Offline-) Bearbeitung aufbewahren.

Mit Betätigen der Bearbeiten- oder Speichern-Taste werden die gemachten Eingaben in *Vorgaben* umgewandelt (blau dargestellt und *nicht mehr editierbar*, im Ausdruck: unterstrichen). Die Eingaben zur Berechnung erscheinen als *editierbare* Werte in schwarzer Schrift. Bewusst wurde dabei einkalkuliert, dass sich als Folge gewisser Vorgaben auch einmal keine (in  $\text{IN}_0$ ) konsistente Zahlenmauer berechnen lässt. Dieser Fall verweist dann die ›Mauernkonstrukteure‹ auf die Frage, wie sich solche Fälle vermeiden lassen. Und dieses ist didaktisch gewollt, weil es die Sensibilität für das Format und seine strukturellen Beziehungen, um die es ja insbesondere geht, erhöht!

#### 4.) Forschen

*Der Modus Forschen ist das Herzstück des ZAHLENFORSCHERS. Vorrangige Ziele sind das Erkunden gehaltvoller Problemstellungen, das ›Mathematik treiben‹, die allgemeinen Lernziele des Beschreibens (von Mustern), des Argumentierens und Begründens (von Mustern), des Darstellens (von Bearbeitungswegen), auch in Form von Texten (›mathematische Aufsätze‹) und nicht zuletzt metakognitive Elemente des Lernens (Bewusstheit über den eigenen Lernprozess, Selbst-Evaluation). Dazu werden jeweils adäquate Werkzeuge zur Verfügung gestellt.*

Das Angebot umfasst elf ›Forschungsaufträge‹ rund um *Zahlenmauern*, die an einer Pinnwand ausgewählt werden können. Sie sind nicht eindeutig bestimmten Klassenstufen oder Anforderungsniveaus zuzuordnen, da der Zugang, der Bearbeitungsweg und die Tiefe der Bearbeitung stark variieren können. Im Vorfeld wurden alle Aufträge an verschiedenen



Grundschulen und in unterschiedlichen Klassenstufen im regulären Unterricht (also ohne Computer oder diese Software) erprobt. Demnach kann von einer prinzipiellen Lösbarkeit der Aufträge in den ausgewiesenen Jahrgangsstufen (und z. T. sogar bereits in Kl. 1) ausgegangen werden. Aber

natürlich wird nicht jede Klasse oder jedes Kind jeden Auftrag gleichermaßen weit oder gar vollends ausschöpfen. Das ist aber *normal* und weder ein *Problem* der Klasse noch ein Qualitätsmanko der Software! Entscheidend ist im Unterricht (ob mit oder ohne Software), dass für jedes Lernvermögen ein Zugang – und sei er noch so einfach – möglich ist und zugleich selbst sehr begabte Kinder noch angemessen gefordert werden.

Wenn derartige Aufgabenstellungen auch noch nicht sehr verbreitet z. B. in Schulbüchern existieren, so entsprechen sie als solche und mit ihren Zielsetzungen aber konsequent den Forderungen der Bildungspläne. Das schließt ein, dass im Unterricht gewisse Rahmenbedingungen (z. B. Arbeitstechniken, Arbeitshaltung, Unterrichtskultur) ggf. noch ausgebaut werden müssen, um die prinzipiellen Optionen der Software voll ausschöpfen zu können (vgl. Abschnitt 7 & 8). – *Dies müsste allerdings auch unabhängig von einer Software geschehen, wenn man im Unterricht den Postulaten der Bildungspläne gerecht werden will!*

Und manchmal ist es auch nur eine unbegründete Vermutung oder Befürchtung, dass Kinder mit den Forschungsaufträgen nicht zurecht kommen würden. Wie die umfangreichen Praxiserprobungen gezeigt haben, lassen sich überraschende Erfahrungen machen, wenn man den Kindern etwas ›zumutet‹. Dabei kann die hier gewählte Forscher-Metapher durchaus ernst genommen und den Kindern auch ausdrücklich erläutert werden. Das aktiv-entdeckende Lernen der Kinder hat zahlreiche Entsprechungen in der Tätigkeit des Wissen schaffenden Forschers, woraus sich nicht zuletzt auch ein motivationaler Gewinn für die Kinder ziehen lässt.

Aus den Erprobungen kann weiterhin geschlussfolgert werden, dass eine *eigene* intensive Durchdringung der Forschungsaufträge durch die *Lehrperson* (insbesondere, was den mathematischen Hintergrund betrifft) sehr zu empfehlen ist, bevor ein unterrichtlicher Einsatz erfolgt. Deshalb sind in den didaktischen Handreichungen zur Software (als PDF auf der CD) alle Forschungsaufträge im Detail erläutert, mathematisch aufgeklärt und mit weiterführenden (Lese-)Tipps versehen.

Ein besonderes Kennzeichen des Moduls *Forschen* ist das sog. *Forscherheft*, das sich auf dem Bildschirm ausbreiten/verschieben oder auf den unteren Bildschirmrand verkleinern lässt. Die Kinder werden im Programm durchgängig ermuntert, ihre Überlegungen und Prozesse zu verschriftlichen (Texte im Mathematikunterricht!). An diesen Texten kann und soll dann u. a. auch Textarbeit betrieben werden (z. B. in ›Rechenkonferenzen‹), wodurch generelle Ziele (und Zeitanteile) des Sprachunterrichts ver-

folgt werden, so dass ein derartiges Vorgehen nicht nur ›zusätzliche‹ Zeit erfordert.

Wenn Kinder es noch wenig gewöhnt sein sollten, *mathematische Texte* zu schreiben bzw. sich schriftlich über ihre eigenen Lernprozesse zu äußern, dann empfiehlt es sich, den Umgang mit dem Forscherheft unterrichtlich zu begleiten und zu unterstützen, da hier Fähigkeiten gefördert und gefordert werden, die *gelernt* werden müssen. Das Forscherheft nicht zu nutzen, weil es so ›anspruchsvoll‹ sei, verkennt seine Chancen: Denn die hier relevanten Fähigkeiten stellen sich nicht beizeiten von alleine ein. Sie bedürfen der gezielten Förderung. Und genau dazu will das Instrument des Forscherheftes beitragen, ganz im Sinne des römischen Philosophen Seneca: »*Nicht weil es schwer ist, fangen wir es nicht an, sondern weil wir es nicht anfangen, ist es schwer.*«

Als Strukturierungshilfe dienen hierzu fünf Leitfragen, die zugleich auf typische Merkmale von Forschungsprozessen verweisen. Ihr Sinn und ihre Bedeutung kann im Unterricht thematisiert werden:

- *Das fällt auf:* Hier geht es um die Beschreibung erkannter Zahlenmuster oder Regelmäßigkeiten – nicht nur oder sofort der ›richtigen‹ (i. S. der von der Lehrperson erwarteten). Vielmehr ist hier kreative Vielfalt willkommen und wertzuschätzen. Eine voreilige Festlegung sollte vermieden werden, weil es darum geht, die generell wichtige Fähigkeit des ›Muster-Sehens‹ bei den Kindern zu fördern. Ohne entsprechende Freiräume würden die Kinder sehr bald nur noch versuchen, die (vermeintlichen) Erwartungen der Lehrerin oder der ›Aufgabe‹ zu erfüllen. Das macht sie auf Dauer zurückhaltender und begrenzt ihre (natürliche) Entdeckerfreude.
- *Woran liegt das? Wir vermuten und überprüfen:* Hier geht es um Hypothesenbildung. Wie könnte das Muster wohl zustande gekommen sein? Auch hier sollte zunächst der ›Suchraum‹ offen für kreative Vermutungen sein. Erneut geht es nicht um den möglichst schnell zu findenden ›Königsweg‹ zur Lösung, sondern um die generell wichtige Fähigkeit zur Hypothesenbildung *und* auch um Techniken zur Überprüfung von Hypothesen. Beispiel: Wenn ich die Vermutung habe, dass ein bestimmter Stein für ein Muster verantwortlich ist, dann sollte ich bei der Überprüfung an weiteren Beispielen nicht mehrere Steine (oder Parameter) gleichzeitig verändern. Ansonsten wäre nicht entscheidbar, was denn nun für die beobachteten Effekte ursächlich ist. Hier sind also Arbeitstechniken erforderlich, die nicht zuletzt unterrichtlich thematisiert werden sollten (übrigens wieder unabhängig vom Einsatz einer Software!).

- *Erklärung & Begründung*: Verfestigt sich eine Vermutung, eine Hypothese, dann geht es darum, sie nachvollziehbar zu begründen (abzusichern, zu beweisen). Das schließt auch ein, sie von einzelnen Beispielen unabhängig zu machen, d. h. eine *allgemein gültige* Begründung des Zahlenmusters zu versuchen. Ältere Schülerinnen und Schüler sowie die Lehrpersonen kennen dazu die Algebraisierung, bei der man Variablen wie  $x$  und  $y$  an Stelle von konkreten Zahlen benutzt. Jüngeren Kindern steht dieses Werkzeug noch nicht zur Verfügung. Gleichwohl sind auch auf anschaulicher Ebene allgemein gültige Begründungen möglich, z. B. in Form sog. *Punktmusterbeweise*. Diese sollten daher als Arbeitstechnik – erneut unabhängig vom Einsatz einer Software – im Unterricht thematisiert, eingeführt und regelmäßig genutzt werden.
- *Das fanden wir schwierig*: Hier geht es nicht nur um eine ja-/nein-Einschätzung (ob es schwer war oder nicht). Vielmehr sollen hier metakognitive Aspekte des Lernens gestärkt und gefördert werden. Es geht um die Bewusstmachung des eigenen Lernprozesses. Im Rückblick soll darüber nachgedacht werden, wo evtl. Schwierigkeiten lagen, und diese sollten auch in Worte gefasst werden (= Sprachunterricht!).
- *Das hat uns geholfen*: Ebenso wichtig ist es, sich bewusst zu machen, was zur Überwindung der Schwierigkeiten beigetragen hat, und v. a. dass Schwierigkeiten überwunden werden können! (Förderung des Selbstbewusstseins und des Selbstvertrauens in die eigenen Fähigkeiten – eminent wichtig insbesondere für eher leistungsschwächere Kinder).

Das Forscherheft ist in zwei Spalten unterteilt: eine Textspalte und eine Abbildungsspalte. Wenn die Textspalte nicht verbreitert dargestellt wird (und dann die gesamte Breite des Forscherheftes ausfüllt), sondern beide Spalten angezeigt werden (über das kleine Dreieck in der Kopfleiste umschaltbar), dann kann mittels des angeklickten Fingerwerkzeugs in der Kopfleiste eine gewünschte Mauer der Arbeitsfläche (Forscherheft ggf. etwas beiseite schieben) durch einfaches Anklicken automatisch in die Abbildungsspalte des Forscherhefts kopiert werden, z. B. um gewisse Textstellen dort zu illustrieren. Nach dem Einkopieren kann die Mauer an eine beliebige Stelle in der Abbildungsspalte verschoben werden. Auch lässt sich die automatische Nummerierung nachträglich ändern, was sinnvoll sein kann, wenn Abbildungen in der Reihenfolge vertauscht oder wieder entfernt werden sollen.

Das *Forscherheft* lässt sich speichern, so dass die dort abgelegten Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt wieder hervorgeholt und weiter bearbeitet werden können. Zu beachten ist aber Folgendes:

All jene Mauern, die sich auf der *Arbeitsfläche* eines Forschungsauftrags befinden, werden nur für die Dauer der aktuellen Sitzung im Arbeitsspeicher vorgehalten. Wird das Programm beendet, dann werden auch diese Mauern gelöscht! Denn: In der Schule werden im Regelfall verschiedene Kinder nacheinander an den Klassen-PC gehen und evtl. den gleichen Forschungsauftrag bearbeiten wollen. Eine neue Gruppe würde dann die bereits bearbeiteten Mauern der vorigen Gruppe vorfinden und keinen ›frischen‹ Forschungsauftrag.

Daher der TIPP: Vor dem Beenden oder vor einem Benutzerwechsel entweder alle bzw. die weiter benötigten Mauern von der Arbeitsfläche ins Forscherheft kopieren (dieses kann überdauernd gespeichert werden) oder die Mauern der Arbeitsfläche ausdrucken. Die (Weiter-)Arbeit an Ausdrucken ist auch unabhängig davon häufig sinnvoller und unaufwändiger zu handhaben als die Arbeit am Bildschirm.

Ein weiteres Kennzeichen des Modus *Forschen* ist der Ordner *Ergebnisse* (in der unteren linken Bildschirmecke). Was unterscheidet Forscherheft und Ergebnisordner? Das Forscherheft hat lediglich Notizbuchcharakter. Hier wird – z. T. noch vergleichsweise unstrukturiert – gesammelt, was im Laufe des Forschungsprozesses für wichtig gehalten wurde oder anfiel. Manches stellt sich dann am Ende als tatsächlich bedeutsam heraus, anderes mag im Nachhinein entbehrlich erscheinen. Deshalb macht es am Ende der Bearbeitung (aus verschiedenen Gründen und für unterschiedliche Gelegenheiten) Sinn, die Ergebnisse strukturiert und nachvollziehbar darzustellen, auf das Wesentliche zu konzentrieren und von Entbehrlichem zu befreien.

Dabei gilt es auch, spezifische Adressatenbezüge zu berücksichtigen (Gelegenheit zur Förderung sprachdidaktischer Ziele): Eine saubere Zusammenfassung für den Lernenden selbst sieht u. U. anders aus als ein Text für die Lehrerin oder für eine Rechenkonferenz oder für eine Mathematikausstellung einer Projektwoche usw. – also für Personengruppen, die bei der Bearbeitung nicht ständig anwesend waren und daher eine relativ lückenlose und folgerichtige Schilderung des Prozesses benötigen. Für die typografische Gestaltung dieser Ergebnisberichte stellt das Programm einfache Layoutwerkzeuge zur Verfügung.

Und nicht zuletzt kann ein kindgerechter *Lernbericht* zur Evaluation des eigenen Lernprozesses beitragen, die so wichtige Rückschau in den Blick zu nehmen. Zentrale Fragen hierzu werden in einer Ankreuztabelle nahe gelegt; zusätzlich ist aber auch eine freie Texteingabe möglich.

## 2 Werkzeuge und Tasten zur Steuerung

Durchgängige Steuerungselemente auf dem Bildschirm sind die *Navigationspalte* (linker Bildschirmrand) sowie die *Werkzeugspalte* (rechter Bildschirmrand). Trotz der Funktionsvielfalt der Software wird die Anzahl der sichtbaren Steuerelemente gering gehalten (kontext-sensitiv).

Kinder erschließen sich die Bedeutung der Tasten oft durch Ausprobieren. Praxiserprobungen haben gezeigt, dass dies auch weitestgehend gelingt, v. a. weil die meisten Tasten selbsterklärend sind. Gleichwohl ist es naheliegend und sinnvoll, die Steuerung des Programms und seine Optionen vorab mit den Kindern zu besprechen. Spätestens nach der einen oder anderen Erklärung finden sich die Kinder aber zunehmend souveräner im Programm zurecht. Erläuternde Hinweise der Lehrerin sind insbesondere auch im Hinblick auf einen *sachgerechten* Gebrauch der Software sinnvoll, denn – wie jedes Medium! – lässt sich auch diese Software entgegen den eigentlichen Intentionen benutzen.

Die *Navigationsspalte* enthält folgende Tasten (von oben nach unten):



*Schließen-Taste:* Verlassen des Programms

*Fragezeichen-Taste:* Kontextsensitive Hilfe zur *Steuerung* der gerade aktuellen Seite (bewusst keine inhaltliche Hilfe! s. u.)

*Sprachauswahl-Taste* für deutsch-/englischsprachige Version

*Lautsprecher-Taste:* Ab-/Anschalten der Tonausgabe. Abbruch des Vorlesens mit Weiter-Taste oder Schließen-Taste des Forschungsauftrags-Textes

*Drucker-Taste:* Druckt die aktuell angezeigte Seite aus.

Die *Werkzeugspalte* enthält folgende kontextbezogen angebotene Tasten:



*Maulwurfhügel:* Ein Maulwurf gibt *inhaltliche* Tipps und Anregungen. Er erscheint (nur) zu gegebenen Anlässen, um an Dinge zu erinnern oder weiterführende Impulse anzubieten. Es sind *inhaltliche* Anlässe, die ihn aktiv werden lassen, also keine sachfremden Animationen zur bloßen Unterhaltung. Manchmal kann auch der Benutzer durch Anklicken des Maulwurfhügels einen Tipp oder eine Hilfe abrufen.

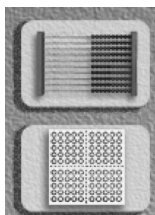




**Regeltext:** Hier wird erklärt, wie Zahlenmauern aufgebaut sind und berechnet werden können. Die Regel erscheint auch durch Anklicken der Banderole auf dem Hauptbildschirm.

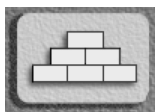


**Prüftaste** (mit Fragezeichen und Fehlerblitz): Hiermit können Mauern auf ihre *rechnerische* Richtigkeit geprüft werden (jederzeit, also entweder direkt nach einer berechneten Mauer oder später nach dem Berechnen mehrerer Mauern). Im Falle eines Fehlers wird (bewusst!) nur die entsprechende *Mauer* mit einem Fehlerblitz markiert. Die genaue Stelle des Fehlers muss der Benutzer selbst lokalisieren. Der Blitz verschwindet nach Fehlerkorrektur und erneuter Prüfung. Ebenfalls aus didaktischen Gründen wird *nicht* nach einer bestimmten Anzahl von Fehlversuchen die richtige Lösung vorgegeben.

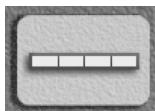


**Rechenrahmen:** Ruft eine verschiebbare Schwebepalette mit einem 100er-Rechenrahmen auf, der ›wie im richtigen Leben‹ funktioniert. In einem scrollbaren Feld lassen sich (Zwischen-) Rechnungen notieren. Die Taste mit der verkleinerten Abbildung des Rechenrahmens setzt diesen in die Ausgangsstellung zurück.

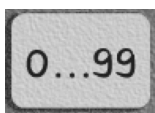
**Hunderterfeld:** Mit Hilfe der Farbstifte können Punkte rot oder blau gefärbt, mit Hilfe des Radiergummis die Färbung wieder rückgängig gemacht werden. Auch hier ist die Notation von (Zwischen-) Rechnungen sowie das Zurücksetzen in die Ausgangsstellung möglich.



**Neue Mauer(n):** Aufruf einer neuen, leeren Ausgangsmauer oder eines neuen Mauernsets.



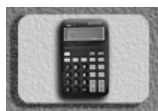
**Neue Grundreihe** (nur im Modus *Forschen*): Anfordern einer neuen leeren Grundreihe.



**Sortier-Taste:** Hierüber lassen sich berechnete Mauern nach aufgabenspezifischen Kriterien sortieren. Dadurch kann das Erkennen von Mustern erheblich erleichtert werden.



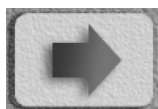
**Marker-Taste:** Hiermit verwandelt sich der Cursor in einen Marker, mit dem sich einzelne Mauerne durch Anklicken gelb färben lassen (erneuter Klick macht die Markierung wieder rückgängig). Dies unterstützt die Wahrnehmung bei der Untersuchung oder dem Nachverfolgen von Mustern; auch erleichtert es das Ansprechen bestimmter Steine, wenn im Text des Forscherheftes auf Abbildungen verwiesen wird.



**Taschenrechner-Taste** (nur im Modus *Forschen*, da in den anderen Modi das Üben des Rechnens ein vorrangiges Ziel ist und bleiben soll). Bei der Untersuchung von Mustern im Modus *Forschen* verschiebt sich aber der Schwerpunkt. Daher wird hier – nach einer gewissen Anzahl von nach wie vor selbst zu berechnenden Mauern – ein Taschenrechner-Button angeboten, über den eine Mauer *automatisch* ausgefüllt wird, wenn zuvor eine Grundreihe eingegeben wurde. Auf diese Weise kann auch von rechnerisch schwächeren Kindern die erforderliche Anzahl von Mauern produziert werden, auf deren Basis ein Muster ja überhaupt erst erkennbar wird und untersucht werden kann. (Rechenschwache Kinder sind nicht automatisch auch schwach im Problemlösen und Mustererkennen, -erklären oder -begründen!)



**Neu-Taste** (mit grünem Rückpfeil; nur im Modus *Forschen*): Neuer *Ansatz* (zu unterscheiden von ›neue Leermauer‹!) Die bisher in diesem Forschungsauftrag berechneten Beispiele werden gelöscht!



**Start-Taste** (nur im Modus *Selbst wählen*): Selbst entworfene Arbeitsblätter werden zur unmittelbaren Bearbeitung auf dem *Bildschirm* bereitgestellt.



**Sichern/Laden-Tasten** (Modus *Selbst wählen* und *Forschen*): Speichern/Laden von Arbeitsblättern in die bzw. aus den Ordnern *Übung*, *Ergebnisse* oder *Lernbericht*.



### 3 Die ZAHLENFORSCHER-Reihe – für die Klassen 2–6

Der ZAHLENFORSCHER ist als Software-*Reihe* konzipiert, die mehrere CD-ROMs zu jeweils einem sog. *Aufgabenformat* umfasst. Nachträglich installierte CDs der Reihe sind alle unter einer gemeinsamen Oberfläche zugänglich und erhöhen die Vielfalt der Übungsformate.

Gleichwohl beinhaltet bereits jede CD für sich genommen ein weites (im Laufe eines Schuljahres kaum auszuschöpfendes) Feld für differenziertes, produktives Üben – selbst wenn es ›nur‹ im Rahmen *eines* Aufgabenformates erfolgt.

Didaktische Hintergrundkonzepte sind u. a. die ›natürliche Differenzierung‹ sowie der Begriff der ›substantziellen Lernumgebungen‹, für die jeweils bestimmte Definitionsmerkmale gelten müssen (Näheres dazu in den didaktischen Handreichungen, als PDF auf dieser CD).

Der ZAHLENFORSCHER ist bewusst nicht auf eine bestimmte Klassenstufe ausgerichtet – es gibt *eine* Jahrgangsstufen übergreifende CD für die Klassen 2–6. Dies wird u. a. durch die o. g. didaktischen Konzeptionen ermöglicht. Dass dieses Konzept sinnvoll und v. a. auch im Unterrichtsalltag (unter verschiedensten Bedingungen!) tatsächlich machbar ist, das konnte nicht nur durch umfangreiche Praxis-Erprobungen vor der Markteinführung überzeugend bestätigt werden.

### 4 Zahlenmauern als substantielle Lernumgebung

Substantielle Lernumgebungen sind prädestiniert für einen offenen, ganzheitlichen Mathematikunterricht. Sie erfüllen als solche in hohem Maße zahlreiche Anforderungen an zeitgemäßes Mathematiklernen, wie sie in den Lehr- und Bildungsplänen aller Bundesländer (und auch international) formuliert sind – ebenso wie in der mathematikdidaktischen Forschung.

*Zahlenmauern* sind ein weithin bekanntes Beispiel für eine substantielle Lernumgebung und heute in nahezu allen aktuellen Schulbüchern enthalten. Vordergründig mag man den Eindruck gewinnen, es handle sich nur um ›eine Art von Aufgaben‹ mit lokal begrenzter Einsatzmöglichkeit. Dieser Eindruck aber täuscht. Denn tatsächlich kann man mit diesem ›Aufgaben-Format‹ in vielfältiger Weise *übend entdecken und entdeckend üben* (Winter). Wer sich einmal näher mit *Zahlenmauern* und ihren Möglichkeiten befasst, wird sehr schnell feststellen:

*Zahlenmauern* sind so gehaltvoll, dass man (theoretisch) über Wochen mit ihnen ohne langweilige Wiederholungen im Unterricht arbeiten könnte. Aber natürlich ist weder diese CD so gemeint, noch handelt es sich

um ein realistisches oder sinnvolles Unterfangen, wochenlang nur Zahlenmauern zu thematisieren. Allerdings soll damit ausgedrückt werden, dass ein Aufgabenformat wie *Zahlenmauern* (ebenso wie andere vergleichbare Formate) weit mehr sein kann als ein bloßer Aufgabenträger mit lediglich punktueller Einsatzmöglichkeit.

Zu empfehlen ist daher, die prinzipiell im Format der *Zahlenmauern* enthaltenen Möglichkeiten im Sinne des Spiralcurriculums (erneutes Aufgreifen gleicher Inhalte, aber in jeweils *strukturell angereicherter* Form) in verteilter Weise in den Klassen 2–6 zu thematisieren. Dadurch lässt sich ein zeitgemäßes Mathematiklernen unterstützen – auf unterschiedlichen Levels, in unterschiedlicher Weise und mit unterschiedlichen Zielen. In diesem Sinne möchte die vorliegende CD für den Unterricht, die Freiarbeit oder Arbeitsgemeinschaften wie auch für das selbstständige häusliche Üben Anregungen bieten.

## 5 Didaktische Handreichungen

Die Software ZAHLENFORSCHER stellt *didaktische Handreichungen* in Form einer 136-seitigen PDF-Datei (auf dieser CD) für Lehrkräfte und interessierte Eltern bereit. Dieses Handbuch enthält konzeptionelle Informationen zum zugrunde gelegten fachdidaktischen und lernpsychologischen Verständnis, u. a. zu folgenden Punkten:

- *Fachliche* Hintergründe zu Zahlenmauern: Verständliche Erläuterung der mathematischen Strukturen, Muster und Beziehungen sowie der damit zusammenhängenden Lehrplaninhalte. Auch werden die Lösungen aller Forschungsaufträge ausführlich beschrieben und fachlich aufgeklärt.
- *Didaktische* Informationen zu Zahlenmauern: Was kennzeichnet sie? Worin liegt ihr Bildungswert? Was grenzt sie von traditionellen Übungsformen ab? Wie sehen die didaktischen Konzepte der natürlichen Differenzierung und der substanziellen Lernumgebungen aus, in die eingebettet Zahlenmauern wertvolle Dienste tun können?
- *Ziele* der Zahlenmauern-CD: Welche inhaltlichen und welche allgemeinen Ziele lassen sich mit Bezug auf die Lehr-/Bildungspläne aller Bundesländer verfolgen?
- *Methodische* Informationen zum sachgerechten Umgang mit Zahlenmauern: Wie kann man vorgehen, wenn man sie unterrichtlich anbieten will, worauf sollte man achten, was sollte man vermeiden? Wie kann man die CD unterrichtlich sinnvoll einbinden? Hier gehen Erfahrungen aus umfangreichen Praxis-Erprobungen ein, die mit zahlreichen Schülerdokumenten illustriert werden.

- *Erfahrungsberichte*, die in publizierter Form vorliegen: Original-Quellen (im PDF-Format), die konkrete Unterrichtserfahrungen zu Zahlenmauern beschreiben.
- *Verweise auf weitere Quellen*, die geeignet sind, sich tiefer in die (theoretischen und praktischen) Hintergründe von Zahlenmauern oder in die didaktischen Hintergrundkonzepte einzuarbeiten. Hierzu steht für Interessierte eine umfangreiche Literaturliste zur eigenen Weiterarbeit zur Verfügung.

## 6 Gewohnheiten der Mediennutzung

Der ZAHLENFORSCHER wurde mit neuesten programmiertechnischen Erkenntnissen und Werkzeugen sowie nach einem Entwicklungsmodell erstellt, welches speziell für *High-Quality*-Lernsoftware prädestiniert ist (zyklische und partizipative Technikgestaltung).

Zugleich setzt der ZAHLENFORSCHER konsequent aktuelle fachdidaktische Erkenntnisse und Postulate um, wie sie in den Bildungsplänen aller Bundesländer und ebenso international festgeschrieben sind.

Unterrichtsrealität aber – das liegt in der Natur der Sache – ist nie ein flächendeckendes und erschöpfendes Abbild curricularer oder fachdidaktischer Vorgaben. Und so ist es auch normal, dass – aus sehr unterschiedlichen (inner- wie außerschulisch bedingten) Gründen – unterschiedliche Rahmenbedingungen zur tatsächlichen Verwirklichung entsprechender Vorgaben vorliegen können. Das betrifft auch die Nutzung des ZAHLENFORSCHERS, insofern er – wie übrigens jedes Medium (z. B. ein Schulbuch) – nicht voraussetzungslos einzusetzen ist.

Und *gerade weil* der ZAHLENFORSCHER die Postulate der Bildungspläne und der Fachdidaktik so konsequent umsetzt, unterscheidet er sich an manchen Stellen von manchmal noch anzutreffenden Gewohnheiten des Mathematikunterrichts, von ansonsten gewohnten Praktiken eines unterrichtlichen Software-Einsatzes oder allgemein von medialen Nutzungsgewohnheiten (der Kinder wie Erwachsener).

Der ZAHLENFORSCHER beschreitet diesen Weg aber *ganz bewusst!* Denn Schule hat den Auftrag, eine didaktisch begründete, *wünschenswerte* Art des Lernens (und: der Mediennutzung) zu fördern – auch und gerade wenn Kinder z. T. andere Vorlieben und Erwartungen, z. B. an *Action* und *Abwechslung*, haben mögen.

*Existente* Geschmacksvorstellungen (wodurch auch immer verursacht) sind nicht absolut zu setzen. Schule hat auch den Auftrag, an der *Geschmacksbildung* der Kinder mitzuwirken.

Im Rahmen des ZAHLENFORSCHERS begründet dieses Anliegen die hohe Wertschätzung einer Ästhetik des Screen-Designs, den Verzicht auf unnötige Sound- und Animations-Gimmicks sowie auf sachfremde Abenteuer- oder Spielkontexte. Mathematik kann so interessant *sein*, dass sie nicht durch sachfremde ›Einkleidungen‹ interessant *gemacht* zu werden braucht.

Wenn der ZAHLENFORSCHER also hier und da Anlass zum Umdenken und Umlernen bietet, so ist dies durchaus – und zwar in unterstützender und bestärkender Weise – beabsichtigt.

## 7 Zum Umgang mit Bedenken

»*Meine Schüler verstehen nicht, was sie tun sollen. Die Arbeitsaufträge sind zu kompliziert. Unsere Schüler brauchen klare und einfache Aufgaben*« – Sind diese oder ähnliche Bedenken, zusammengestellt von den Deutschdidaktikern Heiko Balhorn und Inge Büchner im Lehrerkommentar zu ihren Ringbüchern *Denkwege in die Rechtschreibung* (Hamburg 2005), nicht ebenso für den ZAHLENFORSCHER zu erwarten?

Ja, das ist denkbar, nicht nur aufgrund der im Abschnitt 6 angesprochenen Phänomene. Und *weil* es denkbar ist, liegt es auch nahe, hier aus Autoren-sicht eine ebenso naheliegende Interpretationshilfe anzubieten.

Nicht zuletzt um die Gemeinsamkeiten fachdidaktischer Forschung und Bemühungen über die Fachgrenzen hinaus deutlich zu machen, um also zu zeigen, dass den Grundschulkindern im Unterricht eine vergleichbare, d. h. *konsistente* Anregung und Förderung bei ihren Lernprozessen in allen Fächern zuteil werden soll, sei die selbst gegebene Antwort von Balhorn/Büchner wörtlich zitiert, denn sie kann ungebrochen auf mathematikdidaktische Bemühungen und Forderungen übertragen werden – Sie brauchen lediglich das Wort ›Rechtschreibdidaktik‹ gedanklich zu ersetzen durch ›Mathematikdidaktik‹ oder ›Mathematiklernen‹:

»Ja, Sie werden auf ein ›Ich kann das nicht!‹ Ihrer Schüler stoßen, oft stoßen. *Dies müssen wir wollen.*

Wir plädieren für eine auf *Verstehen* zielende Rechtschreibdidaktik. Und *Verstehen ist nicht einfach zu haben, nicht mit Aufgaben, die sich von allein, schematisch ausfüllen lassen.* Viele Schüler mögen solche Aufgaben. Aber Verstehen bedeutet Mühe, Arbeit, Fragen, Unsicherheit und ein Mehr an Wissen und Können, das weitere Fragen aufwirft.

Auch für *KollegInnen* werden bestimmte Aufgaben nicht sofort vertraut und lösbar sein, denn wir versuchen durchaus und absichtlich Irritationen zu erzeugen, die eben die beste Voraussetzung sind, etwas wissen, klären, lernen zu wollen“ (Balhorn/Büchner 2005; Hervorhebung GKr).

Fühlen Sie sich also ermutigt – nach einer Auseinandersetzung mit den Hilfen in den didaktischen Handreichungen –, Ihren Kindern im Unterricht den einen oder anderen *Forschungsauftrag* tatsächlich einmal ›zuzumuten‹. Und bedenken Sie dabei, dass das Erforschen und Erkunden gelernt werden muss. Das schließt eventuelle Vorläufigkeiten oder Anlaufschwierigkeiten *naturgemäß* mit ein. Wichtig ist allein, geduldig – aber auch beharrlich – an den notwendigen Kompetenzen gemeinsam mit den Kindern zu arbeiten. Das wiederum gelingt nur, wenn *regelmäßig* entdeckende Lernprozesse an geeigneten Lernumgebungen/Problemstellungen (ob mit oder ohne Software!) angeboten, ›zugemutet‹ werden. Wie die Erprobungen während der Entwicklungszeit und auch andere publizierte Erfahrungen gezeigt haben, überraschen die Kinder dabei nicht selten mit zuvor vielleicht unerwarteten Ideen und Einsichten ...

*»Nicht weil es schwer ist, fangen wir es nicht an,  
sondern weil wir es nicht anfangen, ist es schwer.«*

*(Seneca)*

## **8 Anhang: Forschungsaufträge**

Im Folgenden sind alle im Programm enthaltenen Forschungsaufträge nebst Teilaufträgen abgedruckt. Hinweise zur Bearbeitung sowie die Lösungen befinden sich in den *Didaktischen Handreichungen* (als PDF auf dieser CD).

Die einzelnen Aufträge richten sich sprachlich gesehen an mehrere Kinder. Dadurch soll nahegelegt werden – über die manchmal in diesem Zusammenhang ebenfalls sinnvolle Einzelarbeit hinaus –, in kleinen Forschungsteams zusammenzuarbeiten (Förderung des sozialen und kooperativen Lernens).

## Deckstein treffen

- a) Der Deckstein einer 3er-Mauer soll genau 20 ergeben. Findet dazu *verschiedene* Lösungen und berichtet in eurem Forscherheft!  
Wie viele könnt ihr finden?  
Wie viele gibt es, wenn die Grundreihe nur Zahlen größer oder gleich Null enthalten darf?
- b) Arbeitet mit 4er-Mauern und denkt euch einen beliebigen Deckstein aus, den ihr erreichen müsst (z. B. 50 oder 100).  
Findet *verschiedene* Lösungen und berichtet in eurem Forscherheft!  
Wie viele könnt ihr finden?

## Größter und kleinster Deckstein

- a) Sucht euch vier beliebige Zahlen aus. Bildet damit verschiedene Grundreihen von 4er-Mauern.  
Wie erhält man den größten und wie den kleinsten Deckstein?  
Erklärt in eurem Forscherheft, warum das so ist!
- b) Sucht euch drei beliebige Zahlen aus. Bildet damit verschiedene Grundreihen von 3er-Mauern. Probiert es auch mit 5 Zahlen in 5er-Mauern.  
Wie erhält man den größten und wie den kleinsten Deckstein?  
Erklärt in eurem Forscherheft, warum das so ist!

## Grundsteine vergrößern/verkleinern

- a) Vergrößert oder verkleinert bei 3er-Mauern einen *Eckstein* der Grundreihe um 1.  
Was geschieht mit dem Deckstein?  
Erklärt in eurem Forscherheft, warum das so sein muss! (Tipp: Achtet auch auf die anderen Steine ...)
- b) Vergrößert/verkleinert bei 3er-Mauern den *inneren* Stein der Grundreihe um 1.  
Was geschieht mit dem Deckstein?  
Erklärt in eurem Forscherheft, warum das so sein muss! (Tipp: Achtet auch auf die anderen Steine ...)
- c) Vergrößert oder verkleinert bei 4er-Mauern einen *Eckstein* der Grundreihe um 1.  
Was geschieht mit dem Deckstein?



Erklärt in eurem Forscherheft, warum das so sein muss! (Tipp: Achtet auch auf die anderen Steine ...)

- d) Vergrößert oder verkleinert bei 4er-Mauern einen *inneren* Stein der Grundreihe um 1.

Was geschieht mit dem Deckstein?

Erklärt in eurem Forscherheft, warum das so sein muss! (Tipp: Achtet auch auf die anderen Steine ...)

### Besondere Grundsteine

- a) Untersucht 4er- und 5er-Mauern, in deren Grundreihen immer nur *gleiche* Zahlen stehen.

Was fällt euch auf?

Beschreibt und erklärt in eurem Forscherheft!

- b) Untersucht 4er-Mauern, in deren Grundreihen nur Zahlen aus der gleichen Einmaleinsreihe (ab der 2er-Reihe) stehen.

Was fällt euch auf?

Beschreibt und erklärt in eurem Forscherheft!

### Steine ausgleichen

Berechnet eine eigene 4er-Mauer. Anschließend wird automatisch der mittlere Mauerstein um 1 vergrößert.

- a) Welche anderen Steine müsst ihr nun verändern, damit alle Rechnungen in der Mauer wieder stimmen?

Katja sagt: »*Da gibt es aber verschiedene Möglichkeiten!*«

Könnt ihr Katja helfen? Berichtet in eurem Forscherheft!

- b) Könnt ihr die Steine so verändern, dass alle Rechnungen wieder stimmen *und* der Deckstein trotzdem der gleiche bleibt wie zuvor bei der Ausgangsmauer?

Berichtet in eurem Forscherheft!

### Gerade und ungerade Decksteine

- a) In einer 3er-Mauer soll im Deckstein eine *gerade* Zahl stehen.

Maike sagt: »*Dann müssen alle Grundsteine gerade sein!*«

Hat Maike Recht? Berichtet in eurem Forscherheft!

Mehmet vermutet: »*Genau ein Grundstein darf auch ungerade sein. Ich bin nur noch nicht sicher welcher ...*«

Könnt ihr ihm helfen?

- b) In einer 3er-Mauer soll im Deckstein eine *ungerade* Zahl stehen.

Lisa meint: »*Genau ein Grundstein darf ungerade sein, egal welcher!*«

Hat Lisa Recht?

Linus behauptet: »*Alle Grundsteine müssen ungerade sein!*«

Überprüft seine Behauptung!

- c) In einer 4er-Mauer soll im Deckstein eine *gerade* Zahl stehen.

Rosalie behauptet: »*Das geht nur, wenn alle Grundsteine gerade sind!*«

Hat Rosalie Recht?

Marco vermutet, dass es auch anders geht.

Überprüft seine Vermutung!

- d) In einer 4er-Mauer soll im Deckstein eine *ungerade* Zahl stehen.

Jens meint: »*Wenn nur die beiden inneren Grundsteine ungerade sind, dann geht es!*«

Hat Jens Recht?

Tanja behauptet: »*Ein ungerader Grundstein genügt, egal welcher!*«

Überprüft Tanjas Behauptung!

### Neue Decksteine

Berechnet zunächst eine eigene 3er-Mauer.

- a) Verändert die Grundreihe jetzt so, dass der *Deckstein um 7 größer* wird.

Gibt es dazu verschiedene Möglichkeiten?

Könnt ihr es in *möglichst wenigen* Versuchen schaffen?

Reni kennt einen Trick: Sie schafft es sofort im *ersten* Versuch, die Grundreihe passend zu verändern. Findet ihr den Trick?

- b) Verändert die Grundreihe jetzt so, dass der *Deckstein um 10 kleiner* wird.

Gibt es dazu verschiedene Möglichkeiten?

Könnt ihr es in *möglichst wenigen* Versuchen schaffen?

Methim hat einen Trick: Sie schafft es sofort im *ersten* Versuch, die Grundreihe passend zu verändern.

Vergleicht mit dem Trick aus Aufgabe a).

### Eine Mauer – viele Grundreihen

In einer 4er-Mauer ist die komplette *zweite* Reihe von unten vorgegeben.

- a) Für die Grundreihe gibt es hier mehrere Lösungen.

Findet ihr sie alle?

Berichtet in eurem Forscherheft, was euch auffällt!

- b) Sucht jetzt die Lösung mit *gleichen Ecksteinen* in der Grundreihe.  
Erklärt in eurem Forscherheft, warum es nicht mehr geben kann.

### Aufeinander folgende Grundsteine

- a) Leonid behauptet: »Ich kann vier aufeinander folgende Zahlen der Reihe nach in die Grundreihe einer 4er-Mauer eintragen und als Deckstein erhalte ich genau 100!«

Hat Leonid Recht?

Berichtet in eurem Forscherheft!

- b) Carsten glaubt: »Mit fünf aufeinander folgenden Zahlen (der Reihe nach) in einer 5er-Mauer kann man den Deckstein 100 nicht erreichen!«

Hat Carsten Recht?

Berichtet in eurem Forscherheft!

### Wie viele Mauern ...?

Findet *alle* 4er-Mauern, in deren Grundreihe aufeinander folgende Zahlen (der Reihe nach) stehen *und* deren Decksteine zwischen 35 und 100 liegen.

- a) Wie viele findet ihr?

Erklärt in eurem Forscherheft, warum es nicht mehr geben kann!

- b) Elmar kennt einen Trick: »Ich kann das herausfinden, ohne die Mauern *alle* auszurechnen!«

Wie macht Elmar das wohl?

### Nullmauern

Achtung, neue Regel!

In jedem Stein soll jetzt der *Unterschied* der beiden über ihm liegenden Steine stehen.



- a) Findet verschiedene 3er-Mauern, deren Zielstein auf Null endet!

Wie muss man die Grundreihe bauen, damit solche Nullmauern entstehen?

Findet ihr verschiedene Möglichkeiten?

Erklärt sie in eurem Forscherheft!

- b) Wie viele Nullmauern kann man bauen, wenn in der Grundreihe nur die Zahlen von 0 bis 10 stehen dürfen?

Erklärt sie in eurem Forscherheft!

# Entdeckend üben und übend entdecken!

Zahlenmauern sind ein bei Schülerinnen und Schülern beliebtes und gleichzeitig ausgesprochen lernförderndes Aufgabenformat im **Mathematikunterricht**. Das Prinzip ist einfach: „In jedem Stein steht die Summe der beiden unter ihm liegenden Steine.“ So trainieren die Kinder die **Grundrechenarten**. Die **kniffligen Forscheraufträge** des Programms machen sie darüber hinaus zu richtigen Zahlenexperten.

## Ein Beispiel für einen Forscherauftrag:

*Der Deckstein einer 3er-Mauer soll genau 20 ergeben. Findet dazu verschiedene Lösungen und berichtet in eurem Forscherheft. Wie viele könnt ihr finden?*



Die Software enthält eine Vielzahl solcher Forscheraufträge. Ihre Überlegungen und Ergebnisse können die Schülerinnen und Schüler in einem **Forscherheft** festhalten.

Ebenfalls auf der CD-ROM enthalten: ein ausführliches **Handbuch** mit Erläuterungen zum fachdidaktischen Konzept, zum Aufbau des Programms, mit **kommentierten Lösungen** aller Forschungsaufträge sowie zahlreichen Schülerdokumenten aus Praxiserprobungen.

- ✓ Geeignet für den Mathematikunterricht in den **Klassen 2 bis 6** und die **häusliche Förderung**
- ✓ Berücksichtigt konsequent die Forderungen der **Lehrpläne** und der **Fachdidaktik**
- ✓ Für **Windows** und **Mac**

## Der Autor:

**Prof. Dr. Günter Krauthausen,**  
Professor für Didaktik der Mathematik  
an der Universität Hamburg

### Systemvoraussetzungen:

**Windows:** Windows 98, Pentium 2, mind. 64 MB; Windows 2000, Pentium 3, mind. 128 MB; WindowsXP, Pentium 3, mind. 128 MB  
**Mac:** Mac OS Classic, Power Macintosh G3, 9.2, mind. 64 MB; Mac OS X, Power Macintosh G3, 10.1.5, 10.2.6, 10.3, mind. 128 MB  
mind. 60 MB freier Speicherplatz; Monitorauflösung 1024x768 Pixel in 32 Bit (True Color); optional Drucker und Lautsprecher